

## Wstęp

W potocznym odczuciu matematyka traktowana jest jako nauka oderwana od życia, którą mogą zajmować się nieliczni fascynaci. Dla większości ludzi jej szkolne wydanie jest zmartwieniem. Wiele osób sprowadza matematykę do sztuki wykonywania skomplikowanych rachunków. Sprawa jest jednak znacznie poważniejsza. Matematyka jest jednym z podstawowych wytworów ludzkiej kultury, dostarcza ona języka, który umożliwia opisywanie i wyjaśnianie zjawisk z zakresu nauk przyrodniczych i ekonomii. Związek matematyki z biologią ma wprawdzie długą historię, ale jego intensywność stała się widoczna dopiero w latach dwudziestych XX wieku wraz z rozwojem ekologii i genetyki, a ostatnio filogenetyki molekularnej i biotechnologii. Niewątpliwie jednym z podstawowych narzędzi pracy biologa jest statystyka – dziedzina matematyki oparta na rachunku prawdopodobieństwa. Umożliwia ona, przez testowanie hipotez, opis i analizę złożonych i różnorodnych danych, wydobycie ukrytych trendów i korelacji między różnymi cechami organizmów. Praktyczne metody statystyki są zawarte w różnych pakietach programistycznych, a ich prawidłowe wykorzystanie wymaga sporej wiedzy i doświadczenia dotyczącego skuteczności różnych metod.

Wciąż poszerzającym się polem zastosowań matematyki w biologii jest dziedzina modelowania matematycznego. Jej celem jest wyodrębnienie najistotniejszych cech badanego procesu i opisanie ich w języku matematyki. W efekcie otrzymuje się obiekt matematyczny, np. układ równań, graf, ciąg zmiennych losowych, którego analiza może umożliwić:

- przewidywanie przebiegu procesu, np. zagęszczenia populacji w przyszłości,
- rozważenie różnych wariantów jakiegoś procesu, w przypadku gdy ich empiryczna realizacja jest bardzo trudna lub zgoła niemożliwa, np. modelowanie procesu ewolucji,
- dostarczenie narzędzi do precyzyjnego, ilościowego opisu obiektów, wykraczającego poza możliwości języka naturalnego, np. opis kształtu brzegu liści w celach klasyfikacyjnych.

Tym, co budzi największy niepokój biologów przy tworzeniu modeli matematycznych, jest konieczność wprowadzania uproszczeń. Nie ma chyba drugiej takiej dziedziny wiedzy, w której stopień złożoności i komplikacji wzajemnie powiązanych zjawisk był tak znaczący jak w biologii i medycynie. W chwili gdy badacz przechodzi od etapu opisu do etapu wyjaśniania i rozumienia, skazany jest na odrzucenie wpły-

wu zjawisk nieistotnych i wyodrębnienie najważniejszych. Coraz częściej w rozwoju biologii ten ostatni etap wspomagany jest użyciem metod matematycznych, które umożliwiają symulowanie przebiegu procesów przyrodniczych w sytuacjach, w których ich stopień komplikacji jest tak wielki, że przewidywanie ich przebiegu oparte jedynie na doświadczeniu i intuicji okazuje się zawodne.

Celem tej książki jest przedstawienie szerokiego zakresu podstawowej wiedzy matematycznej, wykorzystywanej przy tworzeniu modeli matematycznych, zarówno deterministycznych, jak i probabilistycznych. Z jednej strony ma to ułatwić lekturę artykułów i książek z zakresu biologii wykorzystujących metody matematyczne, a z drugiej strony, stworzyć intelektualny pomost między biologami i matematykami umożliwiający wzajemną komunikację środowisk o zupełnie różnych profilach wykształcenia.

Pewnie niewielu biologów wie o istnieniu działu matematyki stosowanej zwane-go matematyczną biologią lub biomatematyką. W jej ramach rozważa się niekiedy bardzo zaawansowane matematycznie zagadnienia związane z próbą opisu procesów biologicznych. Warto podkreślić, że książka ta nie jest podręcznikiem matematycznej biologii. Takich podręczników na rynku polskim ukazuje się ostatnio coraz więcej. Ich lektura wymaga jednak wiedzy matematycznej znacznie wykraczającej poza wiedzę szkolną. Mamy nadzieję, że ta książka i związany z nią zbiór zadań opracowany przez dra Marka Bodnara umożliwią poszerzenie wiedzy matematycznej nie tylko wśród studentów biologii lub dziedzin pokrewnych, ale również wśród naukowców otwartych na współpracę interdyscyplinarną.

Wydaje się, że do rozpoczęcia lektury tej książki wystarcza ogólne rozeznanie dotyczące zagadnień matematyki i biologii na poziomie liceum. Nieliczne fragmenty tekstu, które można uznać za trudniejsze, zostały napisane przy użyciu zmniejszonej czcionki. Trzy pierwsze rozdziały i rozdział piąty są rozszerzeniem zagadnień podstawowych, z którymi styka się każdy uczeń szkoły średniej. Czytelnik o przygotowaniu matematycznym wykraczającym poza profil podstawowy liceum rozpozna znane pojęcia analizy matematycznej omawiane w rozdziałach 7–11. Taki Czytelnik może, przy lekturze tych rozdziałów, skoncentrować się na ważnych przykładach zastosowań matematyki wyodrębnionych w tekście. Rozdział 6 i rozdziały 12–17 dotyczą bezpośrednio metod matematycznych używanych do tworzenia i analizy modeli matematycznych w biologii.

Uzasadnienie wszystkich twierdzeń zawartych w tej książce, wymagałoby szerokiej wiedzy z różnych działów matematyki. Nie to jednak było naszym celem i nie tego wymaga potencjalny Czytelnik tej książki. Przyjeliśmy zasadę, że jeśli jakąś tezę można łatwo uzasadnić, to takie uzasadnienie podajemy. W przeciwnym przypadku staraliśmy się przedstawić wagę danego twierdzenia, a także jego zastosowania. Przykłady ilustrujące zastosowania różnych metod matematycznych w biologii są bardzo ważną częścią książki, która powinna dawać motywację do zgłębienia teorii, ta zaś jest niezbędna do analizy owych przykładów. Wszystkim Czytelnikom doradza się jednak podjęcie próby prześledzenia wywodów matematycznych, dowodów twierdzeń, gdyż tylko wtedy można odnieść satysfakcję płynącą z pełniejszego zrozumienia.

Zawartość książki jest znacznie rozszerzoną wersją wykładu, który prowadziłem w latach 2004–2006 na Wydziale Biologii Uniwersytetu Warszawskiego. Materiał zawarty w tej książce może być wyłożony w trakcie dwóch semestrów, z których drugi może mieć charakter fakultatywny. W książce nie omawia się w ogóle metod statystyki matematycznej, które wymagają osobnego potraktowania. Jako wstęp do statystyki ograniczamy się tu do wprowadzenia podstaw rachunku prawdopodobieństwa. Przyjęto tu zasadę, aby kiedy tylko to możliwe, abstrakcyjne pojęcia matematyczne ilustrować od razu przykładami spoza matematyki. Ten styl wychodzi naprzeciw tym, dla których matematyka jest tylko narzędziem służącym celom spoza niej samej. Ze względu na ograniczenia czasowe na studiach biologicznych zakres wiedzy matematycznej przedstawiony w tej książce jest znacznie zawężony w stosunku do tego, który jest wymagany na pierwszych dwóch latach studiów na innych kierunkach matematyczno-przyrodniczych lub technicznych. Dla studentów tych kierunków ostatnich sześć rozdziałów może służyć jako przegląd podstawowych metod matematycznych stosowanych w biologii. Materiał zawarty w książce może być dość dowolnie podzielony na część wykładaną na kursie podstawowym i część realizowaną na zajęciach monograficznych lub fakultatywnych.

## **Podziękowania**

Chciałbym złożyć podziękowania Panu doktorowi Markowi Bodnarowi, autorowi zbioru zadań, za wnikliwe uwagi po przeczytaniu pierwszej wersji książki. Panu magistrowi Dominikowi Witowi dziękuję za wychwycenie literówek w pierwszej wersji książki i wykonanie symulacji komputerowych. Dziękuję także Profesorowi Grzegorzowi Łukaszewiczowi za uwagi dotyczące rozdz. 7. Szczególne podziękowania należą się mojej Żonie dr Marcie Wrzosek za bezcenny dla mnie trud, który włożyła w przeczytanie tej książki i za liczne konsultacje biologiczne w trakcie jej pisania. Osobne podziękowania za wnikliwe recenzje, dzięki którym książka zyskała na przejrzystości, należą się recenzentom Profesorom Januszowi Uchmańskiemu i Jerzemu Tiurnowi.