

Spis treści

Wstęp	7
1. Wprowadzenie	9
1.1. Garść przykładów	10
2. Równanie falowe	15
2.1. Równanie struny i wzór d'Alemberta	15
2.2. Wzór Kirchhoffa. Zasada Huygensa	17
2.2.1. Struna półnieskończona	18
2.2.2. Średnie sferyczne i wyprowadzenie wzoru Kirchhoffa	19
2.3. Wzór Poissona. Czego nie mogą płaszczaki?	24
2.4. Niejednorodne równanie falowe: całki Duhamela	25
3. Równanie przewodnictwa cieplnego	28
3.1. Istnienie rozwiązań	28
3.2. Zasada maksimum	32
3.3. Niejednorodne równanie przewodnictwa cieplnego	35
3.4. Dygresja probabilistyczna	36
4. Funkcje harmoniczne i równanie Laplace'a	38
4.1. Własność wartości średniej i zasada maksimum	39
4.2. Nierówność Harnacka	42
4.3. Formuła reprezentacyjna Greena	43
4.4. Zagadnienie Dirichleta w kuli: całka Poissona	47
4.4.1. Oszacowania pochodnych i ciągi funkcji harmonicznych	51
4.5. Metoda Perrona	52
4.6. Bariery	56
5. Klasyfikacja równań rzędu drugiego	61

6. Przestrzenie Sobolewa	64
6.1. Motywacje	65
6.2. Definicje, niektóre własności	68
6.2.1. Zupełność	72
6.2.2. Gęstość funkcji gładkich	73
6.3. Nierówność Poincarégo i twierdzenie Sobolewa	77
6.4. Twierdzenie Rellicha–Kondraszowa	80
7. Słabe rozwiązania	84
7.1. Metoda wariacyjna Ritza	84
7.2. Zastosowania metody Ritza	90
7.3. Inne metody konstrukcji słabych rozwiązań	94
7.3.1. Lemat Laxa i Milgrama	94
7.3.2. Przykład zastosowania lematu Laxa i Milgrama	95
7.3.3. Wzmianka o metodzie Galerkina	98
7.4. Z powrotem do zwyczajności: lemat Weyla	99
8. Wartości własne laplasjanu	103
8.1. Dygresja: operatory zwarte	104
8.2. Wartości własne laplasjanu	107
8.3. Wzmianka o twierdzeniu Weyla. Czy można usłyszeć kształt bębna?	109
9. Informacja o twierdzeniu Kowalewskiej	111
9.1. Przykład Mizohaty	111
9.2. Twierdzenie Kowalewskiej	113
Dodatki	116
A. Oznaczenia i uzupełnienia	116
A.1. Przestrzenie Banacha	117
A.2. Przestrzenie funkcji całkowalnych	118
B. Szeregi Fouriera dla leniwych	120
B.1. Model przepływu ciepła w jednorodnym pręcie	121
B.2. Model drgającej struny	122
B.2.1. Wzory na współczynniki	124
B.3. Szeregi Fouriera funkcji całkowalnych	124
B.4. Szeregi Fouriera funkcji całkowalnych z kwadratem	127
B.5. Kryteria zbieżności	130
C. Zadania	132
C.1. Rozwiązania klasyczne równań liniowych	132
C.2. Przestrzenie Sobolewa i słabe rozwiązania	143
Bibliografia	150
Skorowidz	151